

Barwert, Kapitalwert, Endwert

1 Einführung

Kapitalwert (NPV, net present Value), **Barwert**, Present Value: durch Abzinsung auf den Beginn der Investition werden Zahlungen, die zu beliebigen Zeitpunkten anfallen, vergleichbar gemacht. [*Anmerkung*: Teilweise wird in der Literatur zwischen diesen beiden unterschieden, indem man beim Kapitalwert die Anschaffungskosten abzieht, beim Barwert hingegen nicht; in anderen Büchern werden die beiden identisch verwendet]

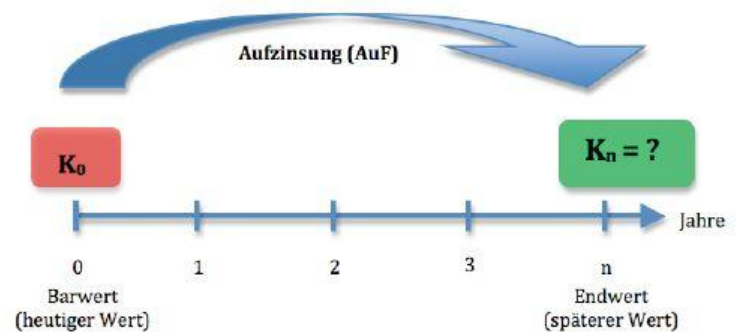
Endwert (Future Value): durch Aufzinsung auf das Ende der Investition werden Zahlungen, die zu beliebigen Zeitpunkten anfallen, vergleichbar gemacht.

2 Grundüberlegung

2.1 Aufzinsung

Hierbei wird ein Barwert (K_0), den wir heute zur Verfügung haben auf einen bestimmten Zeitpunkt aufgezinst. Nach Ablauf der Zeit erhalten wir den Endwert (K_n).

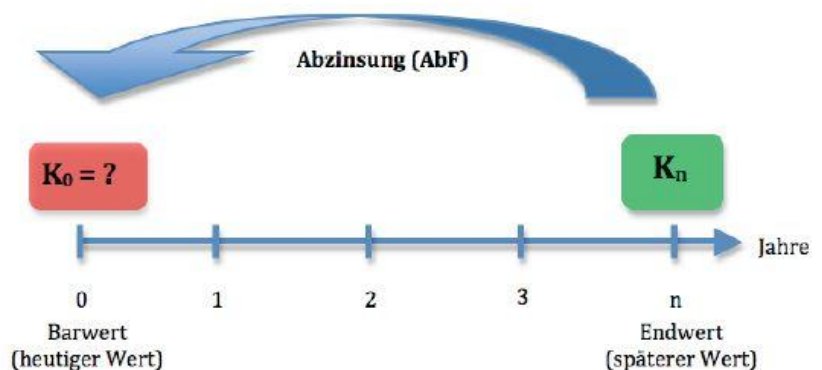
$$K_n = K_0 * (1 + i)^n$$



2.2 Abzinsung

Hierbei wird ein Endwert (K_n), den wir in der Zukunft zur Verfügung haben auf den Zeitpunkt Null abgezinst. Wir erhalten dann den Barwert (K_0), den wir theoretisch heute anlegen müssten, um in n-Jahren den Endwert (K_n) zu erhalten.

$$K_0 = \frac{K_n}{(1 + i)^n}$$



3 flache Zinsstrukturkurve

Unterstellung: Kalkulationszinssatz über die Dauer konstant.

3.1 flache Zinsstrukturkurve

... bedeutet, dass die Zinsen von der Bindungsdauer unabhängig sind. (Annahme eines vollkommenen Kapitalmarktes) Unter der Annahme, dass der Markt eine Liquiditätsprämie und Risikoprämie zahlt, bedeutet dies, dass fallende Zinsen erwartet werden.

3.2 Kapitalwert, Barwert, net present value (NPV)

Da die Zinsen über die Laufzeit konstant sind, braucht man die CFs nur entsprechend abzinsen, um den Kapitalwert zu bekommen.

$$K_0 = \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+i)^t}$$

Wenn zusätzlich noch Kreditaufnahme ($-A_0$) und Restwert (Liquidationserlös, R_T) berücksichtigt werden:

$$K_0 = -A_0 + \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+i)^t} + R_T * (1+i)^{-T}$$

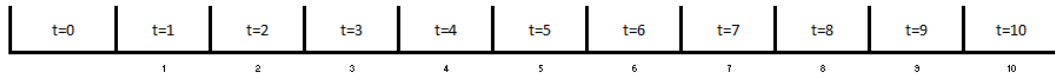
Zinssatz: 5,00%

	t=0	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8	t=9	t=10
CF		100,00	105,00	107,00	109,00	110,00	109,00	105,00	103,00	109,00	105,00
A_0	- 50,00										
t=1		95,24									
t=2		95,24									
t=3			92,43								
t=4				89,67							
t=5					86,19						
t=6						81,34					
t=7							74,62				
t=8								69,71			
t=9									70,26		
t=10										64,46	
Summe											769,17

Neben dem direkten Abzinsen auf t=0 besteht noch die Möglichkeit die CFs um eine Periode abzinsen, dann um die CFs der Vorperiode zu erhöhen und erneut abzuzinsen usw. (rollierendes Verfahren)

$$K_0 = \frac{\frac{CF_{10}}{(1+i)^{10}} + CF_9}{(1+i)^9} + CF_8 \dots + CF_1$$

Zinssatz: 5,00%



CF		100,00	105,00	107,00	109,00	110,00	109,00	105,00	103,00	109,00	105,00
A ₀	-	50,00									
CF (diese Periode) -	50,00	100,00	105,00	107,00	109,00	110,00	109,00	105,00	103,00	109,00	105,00
CF (Vorperioden)	819,17	760,12	693,13	620,79	542,83	459,97	373,97	287,66	199,05	100,00	
= Summe	769,17	860,12	798,13	727,79	651,83	569,97	482,97	392,66	302,05	209,00	105,00

Summe **769,17**

3.3 Endwert

Der Endwert von Einzahlungen und Auszahlungen ist der Wert, der sich durch Aufzinsung ergibt. Mit seiner Hilfe kann festgestellt werden, welchen Wert eine oder mehrere während einer Betrachtungsperiode geleisteten Zahlungen am Ende haben.

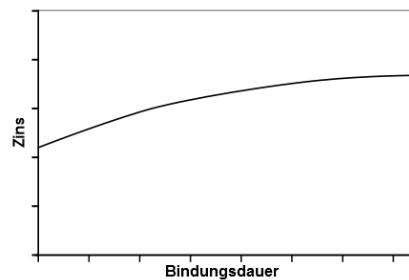
$$K_T = K_0 * (1 + i)^n$$

4 nicht-flache Zinsstrukturkurve

4.1 nicht flache Zinsstrukturkurve

normale (steigende) Zinskurve

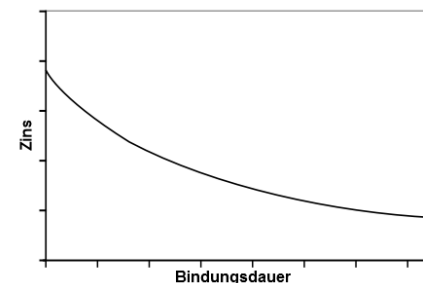
Die Zinskurve ist meist steigend, d. h. für längere Bindungsdauern werden höhere Zinsen bezahlt. Das kann der Ausdruck dafür sein, dass der Markt höhere Zinsen in der Zukunft erwartet; ebenfalls wird die längere Bindungsdauer mit einer Liquiditätsprämie und einer Risikoprämie abgegolten.



inverse (fallende) Zinskurve

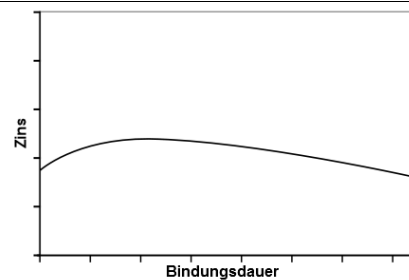
Für langfristige Anlagen werden weniger Zinsen bezahlt als für kurzfristige Anlagen. Dies bedeutet, dass der Markt für die Zukunft stark fallende Zinsen erwartet (z. B. durch Leitzinssenkungen der Notenbank) und die Akteure folglich lieber in langfristige Anlagen investieren. Die dadurch entstehende Nachfrage „am langen Ende“ drückt die entsprechenden Zinssätze.

Dies war in der Vergangenheit oft ein Vorzeichen für Wirtschaftskrisen. Aber es gibt auch außerordentliche wirtschaftliche Umstände, die eine inverse Zinskurve bedingen. Kurz nach der Wiedervereinigung Deutschlands war die Zinskurve beispielsweise invers.



unregelmäßige Zinskurve

Unter den unregelmäßigen Zinskurven ist die "buckelige" (wie abgebildet) die häufigste



4.2 Kapitalwert, Barwert, net present value (NPV)

Für unterschiedliche Zinsfaktoren in den verschiedenen Perioden errechnet sich der Kapitalwert, wie folgt.

$$K_0 = \frac{CF_{t=1}}{(1 + i_{t=1})^{t=1}} + \frac{CF_{t=2}}{(1 + i_{t=2})^{t=2}} + \dots + \frac{CF_{t=T}}{(1 + i_{t=T})^{t=T}}$$

$$K_0 = \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1 + i_t)^t}$$

Wenn zusätzlich noch Kreditaufnahme (-A₀) und Restwert (Liquidationserlös, R_T) berücksichtigt werden:

$$K_0 = -A_0 + \frac{CF_{t=1}}{(1 + i_{t=1})^{t=1}} + \frac{CF_{t=2}}{(1 + i_{t=2})^{t=2}} + \dots + \frac{CF_{t=T}}{(1 + i_{t=T})^{t=T}} + R_T * (1 + i)^{-T}$$

Alternativ besteht auch hier die Möglichkeit den Kapitalwert rollierend zu errechnen.

4.3 Endwert

Berechnung des Endwerts mittels:

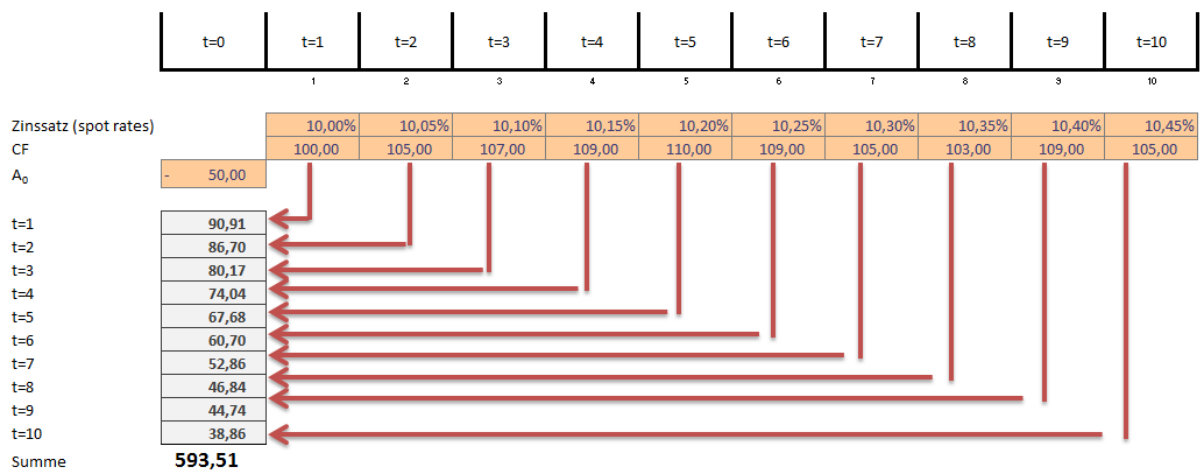
Spot Rate	$K_T = K_0 * (1 + s_n)^n$
Forward Rate	$K_T = K_0 * \prod_{t=0}^{T-1} (1 + f_t)$

4.4 Berechnung nach gegebenem Zinssatz

4.4.1 Spot Rate (Zinsen ausgehend von t=0)

Der **Kassazins** oder auch **Spotzins** (engl. **spot rate**) bezeichnet den Perioden-Zinssatz, welcher bei sofortiger Mittelaufnahme oder -anlage am Markt gezahlt wird. Dieser ist in der Regel abhängig von der Laufzeit der Mittelaufnahme oder -anlage.

Wenn die **Spot Rates** gegeben sind, dann empfiehlt sich das direkte Abzinsen auf t=0.



Die Möglichkeit rollierend den Kapitalwert zu errechnen besteht zwar auch, ist aber wesentlich aufwändiger, da **spot rates** zuvor in **forward rates** umgewandelt werden müssen.

$$(1 + af_{b-a})^{b-a} = \frac{(1 + s_b)^b}{(1 + s_a)^a}$$

	t=0	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8	t=9	t=10
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Zinssatz (spot rates)		10,00%	10,05%	10,10%	10,15%	10,20%	10,25%	10,30%	10,35%	10,40%	10,45%
Zinssatz (forward rates)		10,00%	10,10%	10,20%	10,30%	10,40%	10,50%	10,60%	10,70%	10,80%	10,90%
CF		100,00	105,00	107,00	109,00	110,00	109,00	105,00	103,00	109,00	105,00
A ₀	- 50,00										
CF (diese Periode)	- 50,00	100,00	105,00	107,00	109,00	110,00	109,00	105,00	103,00	109,00	105,00
CF (Vorperioden)	643,51	607,87	564,26	514,81	458,84	396,56	329,20	259,10	183,82	94,68	
= Summe	593,51	707,87	669,26	621,81	567,84	506,56	438,20	364,10	286,82	203,68	105,00
Summe	593,51										

4.4.2 Forward Rate (Zinsen für die einzelnen Perioden)

Bei gegebenen **Forward Rates** bestehen grundsätzlich dieselben Möglichkeiten, jedoch ist hierbei die rollierende Vorgehensweise angebracht, da sonst auf die Spot Rates umgerechnet werden muss.

rollierendes Abzinsen

	t=0	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8	t=9	t=10
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Zinssatz (forward rates)		10,00%	10,10%	10,20%	10,30%	10,40%	10,50%	10,60%	10,70%	10,80%	10,90%
CF		100,00	105,00	107,00	109,00	110,00	109,00	105,00	103,00	109,00	105,00
A ₀	- 50,00										
CF (diese Periode)	- 50,00	100,00	105,00	107,00	109,00	110,00	109,00	105,00	103,00	109,00	105,00
CF (Vorperioden)	643,52	607,87	564,27	514,82	458,85	396,57	329,21	259,10	183,83	94,68	
= Summe	593,52	707,87	669,27	621,82	567,85	506,57	438,21	364,10	286,83	203,68	105,00
Summe	593,52										

Abzinsen der CFs auf t=0

	t=0	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8	t=9	t=10
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Zinssatz (forward rates)		10,00%	10,10%	10,20%	10,30%	10,40%	10,50%	10,60%	10,70%	10,80%	10,90%
Zinssatz (spot rates)		10,00%	10,05%	10,10%	10,15%	10,20%	10,25%	10,30%	10,35%	10,40%	10,45%
CF		100,00	105,00	107,00	109,00	110,00	109,00	105,00	103,00	109,00	105,00
A ₀	- 50,00										
t=1	90,91										
t=2	86,70										
t=3	80,17										
t=4	74,04										
t=5	67,68										
t=6	60,70										
t=7	52,86										
t=8	46,85										
t=9	44,74										
t=10	38,86										
Summe	593,52										